

第八章 土的抗剪强度

- **学习要求：**
- **1. 掌握抗剪强度公式，熟悉抗剪强度的影响因素；**
- **2. 掌握摩尔 - 库仑抗剪强度理论和极限平衡理论；**
- **3. 掌握抗剪强度指标的测定方法；**
- **4. 掌握不同固结和排水条件下土的抗剪强度指标的意义；**

- **一、概述**

- **土的强度是指一部分土体相对于另一部分土体滑动时的抵抗力，实质上就是土体与土体之间的摩擦力。**

- **土的抗剪强度，首先决定于它本身的性质，即土的组成，土的状态和土的结构，这些性质又与它形成的环境和应力历史等因素有关；其次还决定于它当前所受的应力状态。**

土的强度问题实质上是土的抗剪强度

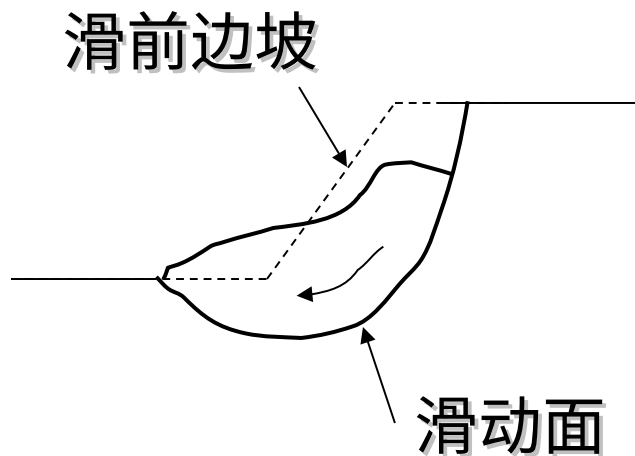


图 8 -1 土坡滑动

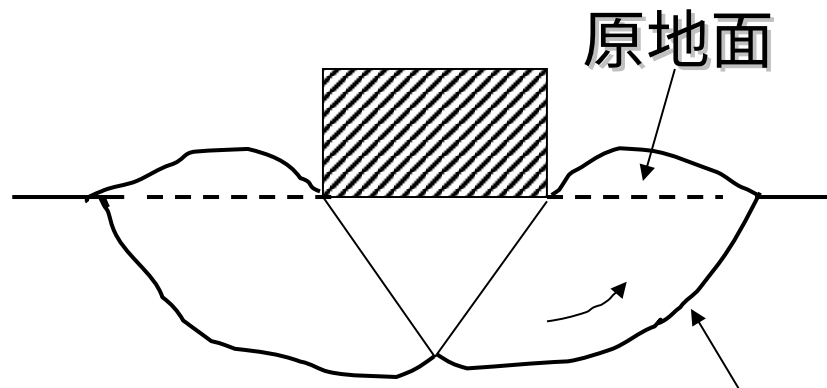


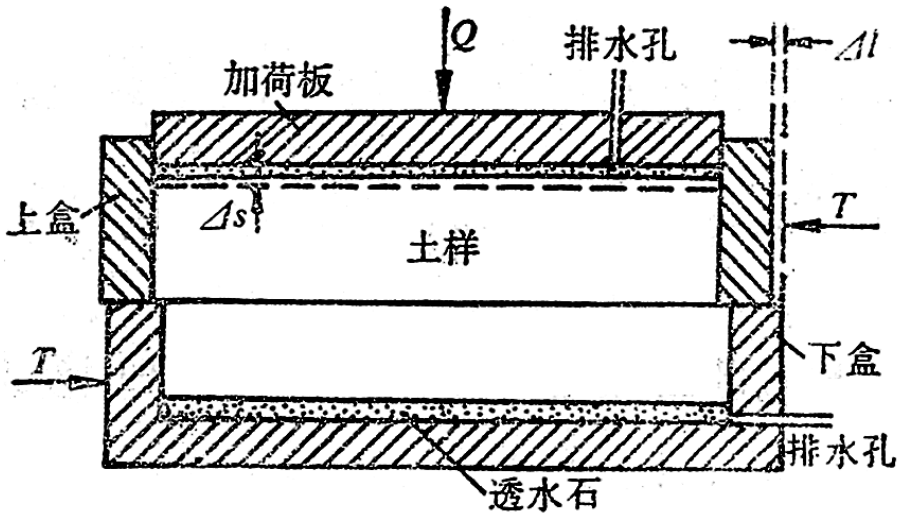
图 8 -2 地基失稳



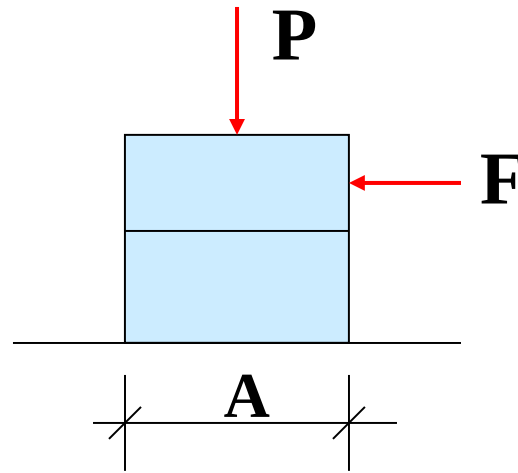
一、直剪试验及库仑定律

(一) 直剪试验原理

1、试验装置



直接剪切仪示意图



$$\sigma = \frac{P}{A}$$
$$\tau = \frac{F}{A}$$

$$P_1 \longrightarrow \sigma_1 \longrightarrow \tau_{f1}$$

$$P_2 \longrightarrow \sigma_2 \longrightarrow \tau_{f2}$$

试验时，在传压板上加 P ，然后在下盒施加水平剪力 F ，测得土样发生剪切破坏时的剪应力值即为 τ_f

2、直剪按排水条件分

快剪（不排水剪）

固结快剪（固结不排水剪）

慢剪（排水剪）

（1）、快剪（不排水剪）

这种试验方法要求在剪切过程中土的含水量不变，因此，无论加垂直压力或水平剪力，都必须迅速进行，不让孔隙水排出。

适用范围：加荷速率快，排水条件差，如斜坡的稳定性、厚度很大的饱和粘土地基等。

（2）、固结快剪（固结不排水剪）

试样在垂直压力下排水固结稳定后，迅速施加水平剪力，以保持土样的含水量在剪切前后基本不变。

试用范围：一般建筑物地基的稳定性，施工期间具有一定的固结作用。

（3）、慢剪（排水剪）

土样的上、下两面均为透水石，以利排水，土样在垂直压力作用下，待充分排水固结达稳定后，再缓慢施加水平剪力，使剪力作用也充分排水固结，直至土样破坏。

适用范围：加荷速率慢，排水条件好，施工期长，如透水性较好的低塑性土以及再软弱饱和土层上的高填方分层控制填筑等等。

2、取样要求：

用环刀取，环刀面积不小于 30cm^2 ，环刀高度不小于 2cm ，同一土样至少切取 4 个试样。

3、试验方法

(1) 快剪 (q)：试样在垂直压力施加后立即进行快速剪切，试验全过程都不许有排水现象产生。

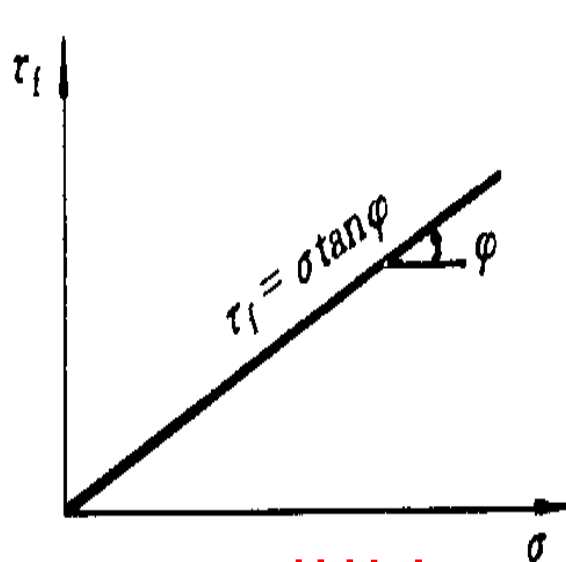
(2) 固结快剪 (Cq)：试样在垂直压力下经过一定程度的排水固结后，再进行快速剪切。

(3) 慢剪 (s)：试样在垂直压力排水固结后慢慢的进行剪切，剪切过程中孔隙水可自由排出。

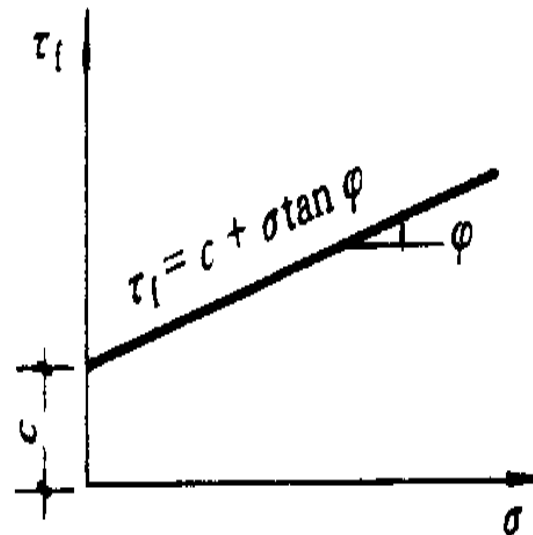
试验结果：一般情况下，快剪所得的值最小，慢剪所得的值最大，固结快剪居中。

4、成果分析：

用同一土试样切取不少于四个试样进行不同垂直压力作用下的剪切试验后，用相同的比例尺在坐标纸上绘制抗剪强度与垂直压力 P 的相关直线，直线交轴的截距即为土的内聚力 c ，直线倾斜角即为土的内摩擦角，相关直线可用图解法或最小二乘法确定。



无粘性土



粘性土

- **莫尔—库仑强度理论**

- 1910年莫尔 (*Mohr*) 提出材料的破坏是剪切破坏，当任一平面上的剪应力等于材料的抗剪强度时该点就发生破坏，并提出在破坏面上的剪应力 τ_f 是该面上法向应力 σ 的函数，即 $\tau_f = f(\sigma)$

- 这个函数在 $\tau_f \sim \sigma$ 坐标中是一条曲线，称为莫尔包线（或称为抗剪强度包线），莫尔包线表示材料受到不同应力作用达到极限状态时、滑动面上法向应力 σ 与剪应力 τ_f 的关系。理论分析和实验都证明，莫尔理论对土比较合适，土的莫尔包线通常近似地用直线代替，该直线方程就是**库仑公式**。由库仑公式表示莫尔包线的强度理论称为**莫尔—库仑强度理论**。

四、莫尔—库仑破坏准则 —— 极限平衡条件

● 当土体中任意一点在某一平面上的剪应力达到土的抗剪强度时，就发生剪切破坏。即土体处于极限平衡状态，根据莫尔—库伦理论、和莫尔应力圆可得到土体中一点的剪切破坏条件，即**土的极限平衡条件**。

● 极限平衡状态时，大、小主应力之间的关系，称为**莫尔—库仑破坏准则**。

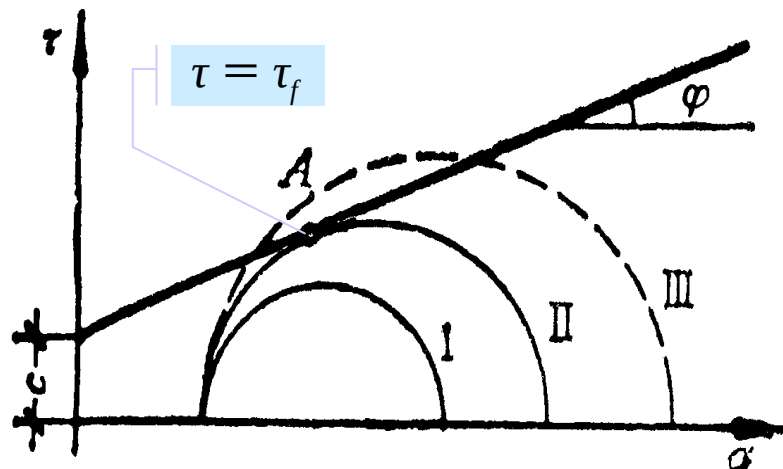
● 将抗剪强度包线与莫尔应力圆画在同一张坐标图上。它们之间的关系有以下三种情况。

抗剪强度



剪应力

- I 稳定状态
- II 极限平衡状态
- III 不可能状态



莫尔圆与抗剪强度之间的关系

(1) 库伦公式基本形式 (总应力抗剪强度公式)

$$\tau_f = c + \sigma \cdot \operatorname{tg} \varphi$$

式中

τ_f — 剪切破坏面上的剪应力，即土的抗剪强度

σ — 破坏面上的法向应力

c — 土的粘聚力，对于无粘性土， $c = 0$

φ — 土的内摩擦角

* c, φ 称为抗剪强度指标，同一种土，它们与试验方法有关

(2) 有效应力抗剪强度公式

$$\tau_f = c' + \sigma' \operatorname{tg} \varphi = c' + (\sigma - u) \operatorname{tg} \varphi'$$

式中 σ' — 剪切破坏面上的有效法向应力

u — 土中的超静孔隙水压力

c' — 土的有效粘聚力

φ' — 土的有效内摩擦角

c', φ' 土的有效抗剪强度指标，对于同一种土，其值理论上与试验方法无关，应接近于常数。

二、抗剪强度的来源：

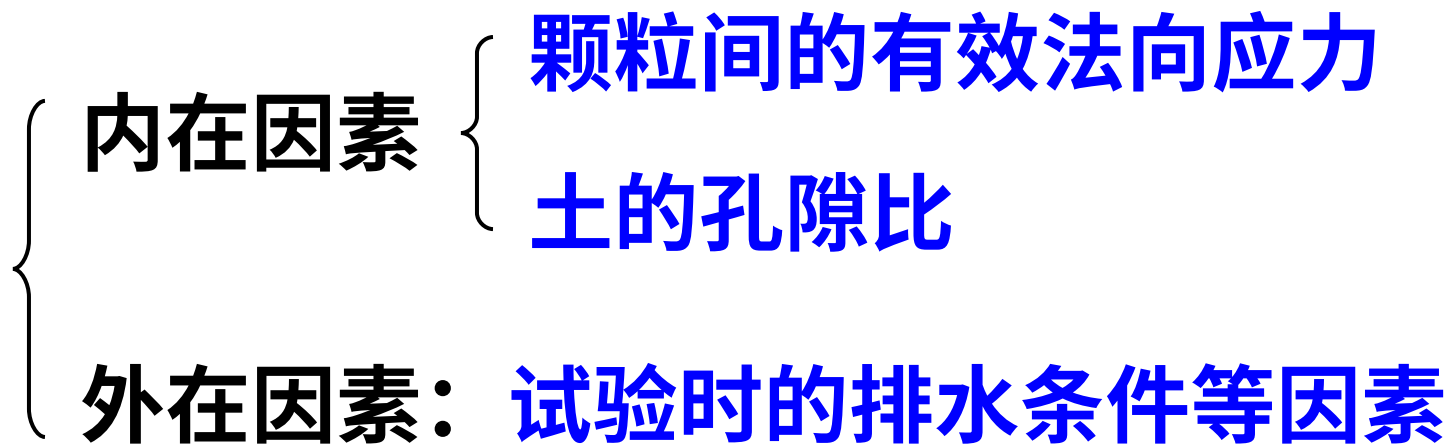
1) **无粘性土**：来源于土粒间的摩擦力（内摩擦力）。

- 包括：
- a. 一部分由于土颗粒粗糙产生的表面摩擦力；
 - b. 另一部分是粗颗粒之间互相镶嵌，联锁作用产生的咬合力。

2) **粘性土**：除内摩擦力外，还有内聚力。

内聚力主要来源于：土颗粒之间的电分子吸引力和土中胶结物质（eg. 硅、铁物质和碳酸盐等）对土粒的胶结作用。

三、土的抗剪强度的影响因素：



第二节 土的强度理论

土的抗剪强度是指土体抵抗剪切破坏的极限能力，用 τ_f 表示。

当土体中某点的剪力

$\tau < \tau_f$ 土体处于弹性平衡状态

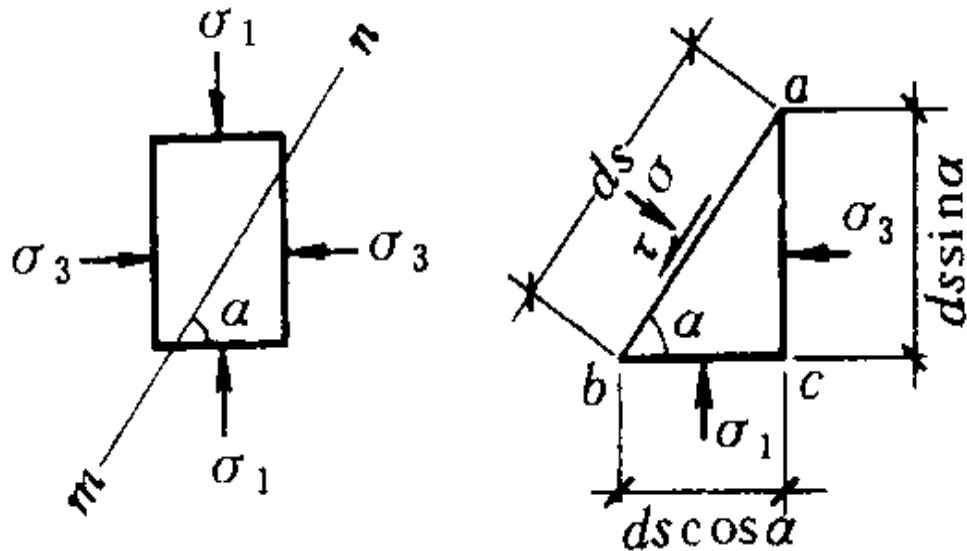
$\tau = \tau_f$ 土体处于极限平衡状态

$\tau > \tau_f$ 土体发生剪切破坏

一、土体中任一点的应力状态

假定土层为均匀、连续的半空间材料，研究地面以下任一深度处 M 点的应力状态。

下面仅研究平面问题，在土体中取一微单元体，作用在该单元体上的两个主应力为 σ_1, σ_3 ($\sigma_1 > \sigma_3$)，则作用在与大主应力作用面成 α 角的 m 面上的正应力和剪应力 τ 可根据静力平衡条件求得：



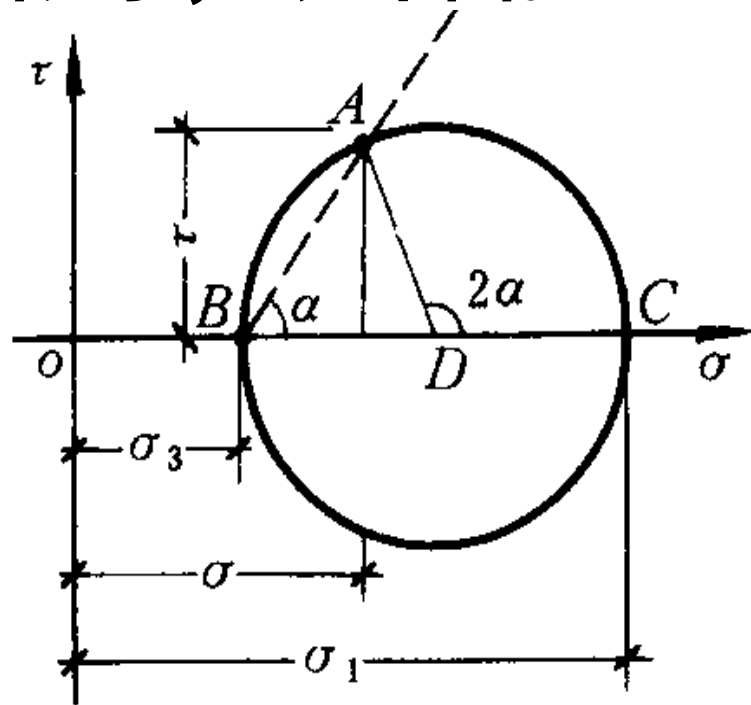
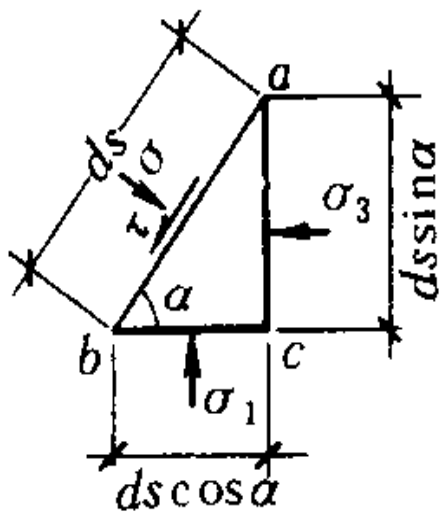
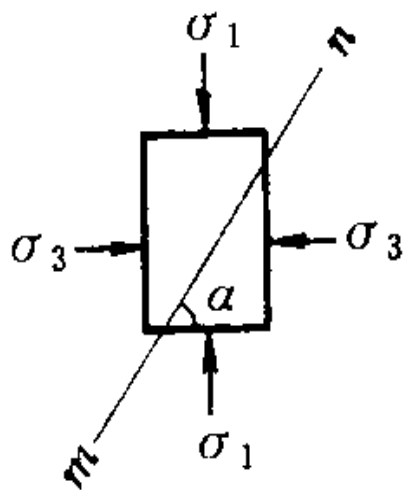
$$\sigma_3 ds \sin \alpha - \sigma ds \sin \alpha + \tau ds \cos \alpha = 0$$

$$\sigma_1 ds \cos \alpha - \sigma ds \cos \alpha - \tau ds \sin \alpha = 0$$

$$\sigma = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) + \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)\cos 2\alpha$$

$$\tau = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)\sin 2\alpha$$

以上 σ, τ 与 σ_1, σ_3 可用莫尔圆表示, 如下图。



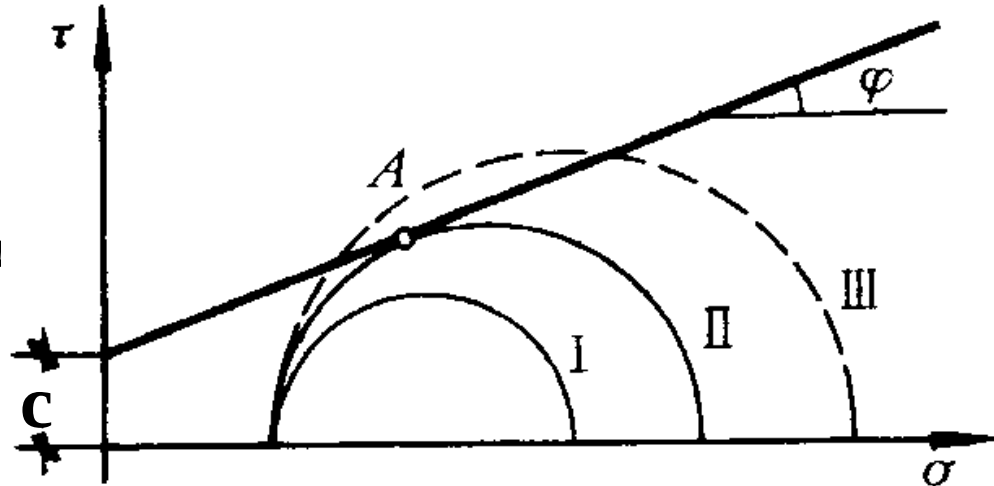
二、土的极限平衡条件的建立

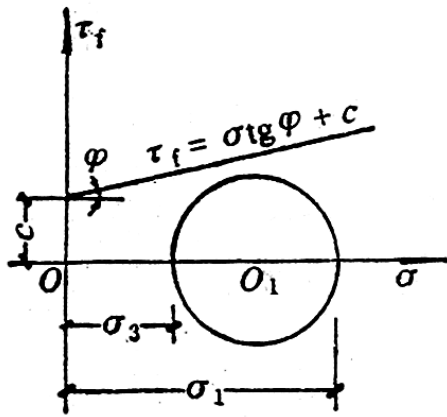
如果给定了土的抗剪强度参数 φ 和 c 以及土中某点的应力状态，则可将抗剪强度包线与莫尔应力圆画在同一张坐标图上。它们之间的关系有三种情况：

(1) 莫尔圆位于抗剪强度包线下方 (圆 1)，说明该点在任何平面上的剪应力都小于土所能发挥的抗剪强度 $\tau < \tau_f$ ，因此不会发生剪切破坏；

(2) 圆 3 实际上不存在；

(3) 圆 2，说明在 A 点所代表的平面上剪应力正好等于抗剪强度 $\tau = \tau_f$ ，该点处于极限平衡状态。



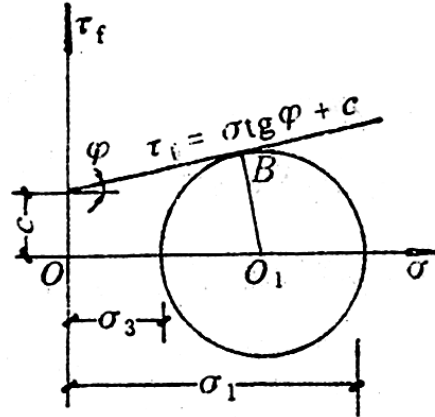


(a)

土中一点处于弹性平衡状态,

$$\tau < \tau_f$$

直线与圆相离

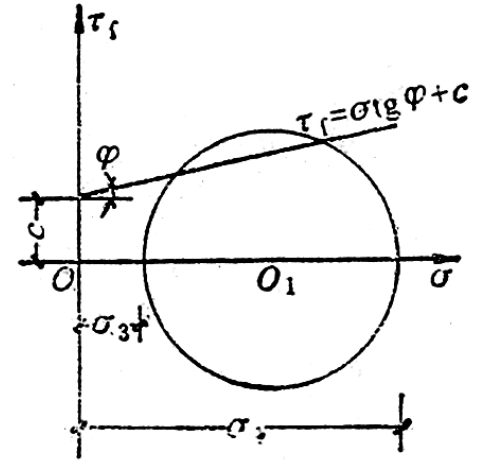


(b)

土中一点处于极限平衡状态,

$$\tau = \tau_f$$

直线与圆相切



(c)

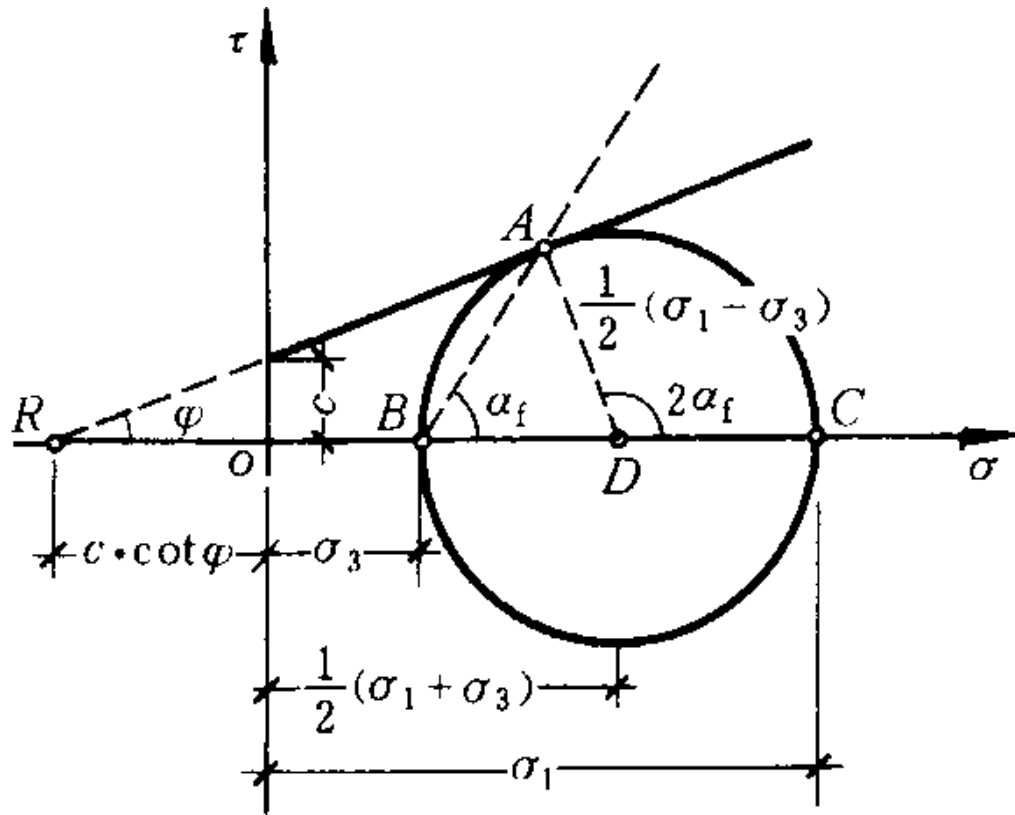
土中一点处于失稳破坏状态

$$\tau > \tau_f$$

直线与圆相交

土体所处三种状态下的应力圆与土的抗剪强度关系图

土处于极限平衡状态下时



根据极限应力圆与抗剪强度包线相切的几何关系，可建立以下极限平衡条件：

$$\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) = \left[c \cdot \cot \varphi + \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) \right] \sin \varphi$$

化简后得：

粘性土：

$$\sigma_1 = \sigma_3 \tan^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) + 2c \tan \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right)$$

$$\sigma_3 = \sigma_1 \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) - 2c \tan \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right)$$

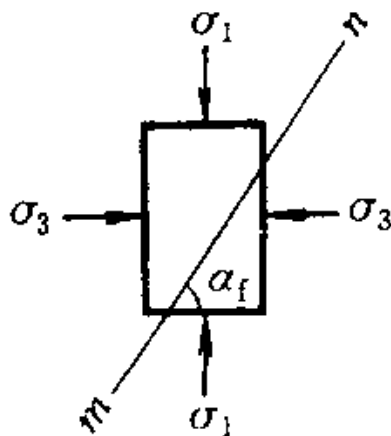
对无粘性土：

$$\sigma_1 = \sigma_3 \tan^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right)$$

$$\sigma_3 = \sigma_1 \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right)$$

$$2\alpha_f = 90^\circ + \varphi$$

$$\alpha_f = 45^\circ + \frac{\varphi}{2}$$



第二节 土的抗剪指标测定方法

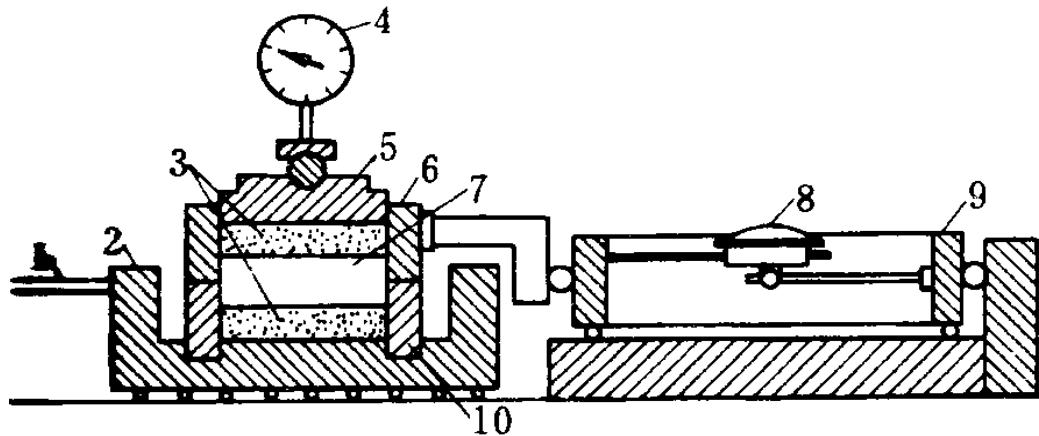
- 国内外常用的仪器有：直接剪切仪、无侧限压力仪、三轴压缩仪和十字板剪切仪。

- 直接剪切仪：分应力控制式和应变控制式两种。

- 三轴压缩实验中三种方法：不固结不排水、固结不排水和固结排水。

一、直接剪切试验

1、试验装置；



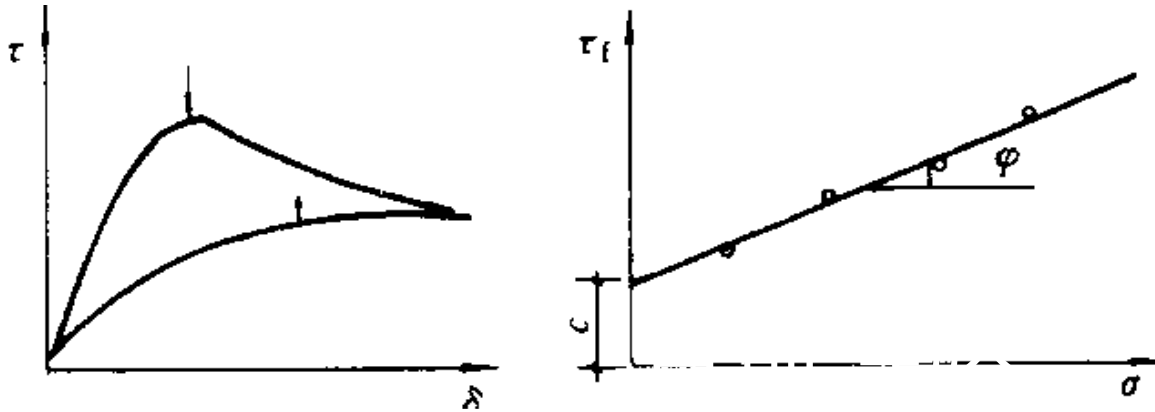
应变控制式直剪仪

2、试验原理

应变控制式直剪仪的试验原理：

对同一种土至少取 4 个平行试样，分别在不同垂直压力 σ 下剪切破坏，将试验结果绘制抗剪强度 τ_f 与相应垂直压力 σ 的关系图。试验结果表明，对于粘性土 $\tau_f \sim \sigma$ 基本上呈直线关系，直线方程可用库伦公式表示；对于无粘性土， $\tau_f \sim \sigma$ 则是通过原点的直线。

3、试验成果。



取破坏时的正应力和剪应力值作出 $\tau_f - \sigma$ 曲线

τ_f 取值：取剪应力—剪变形曲线峰值为 τ_f

τ_f 取值： $\tau - s$ 曲线之终值 τ_f

4、直剪试验优缺点

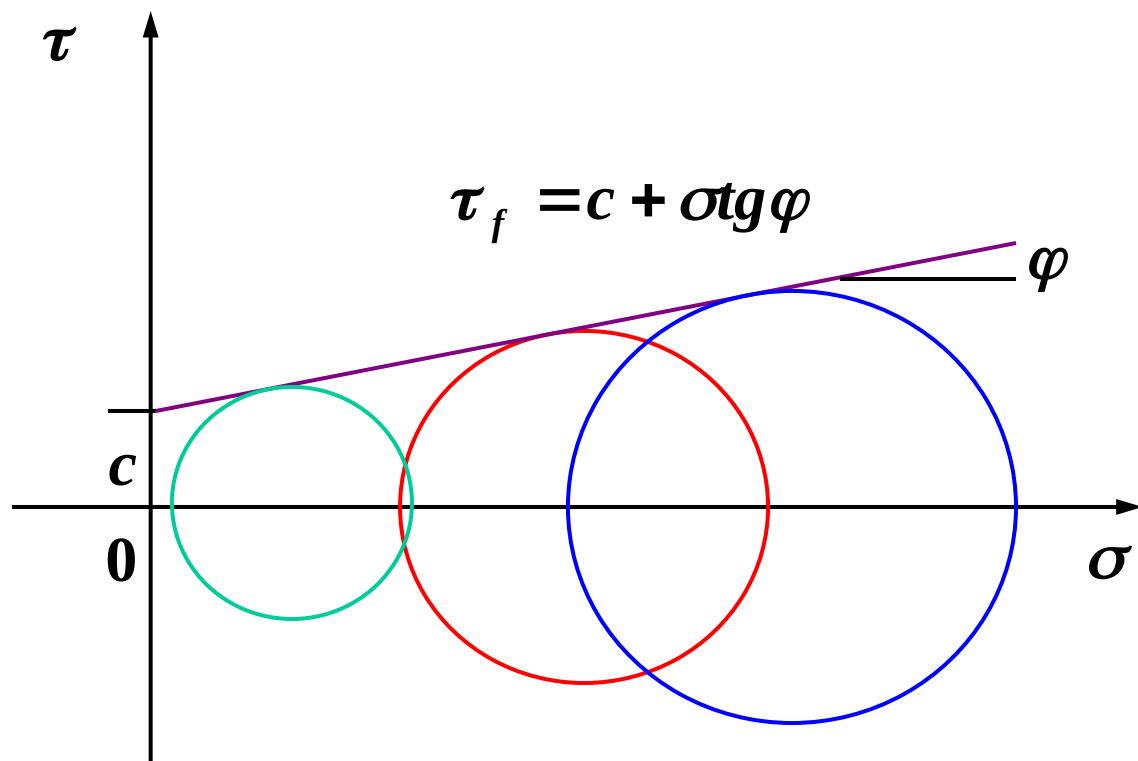
直接剪切仪的**优点** { **构造简单**
操作方便

直接剪切仪的**缺点** { **限定剪切面不一定是最薄弱面**
剪切面上剪应力分布不均匀
剪切面在剪切过程中是逐渐缩小的
不能严格控制排水条件，不能量测孔隙水压力

二、三轴压缩试验

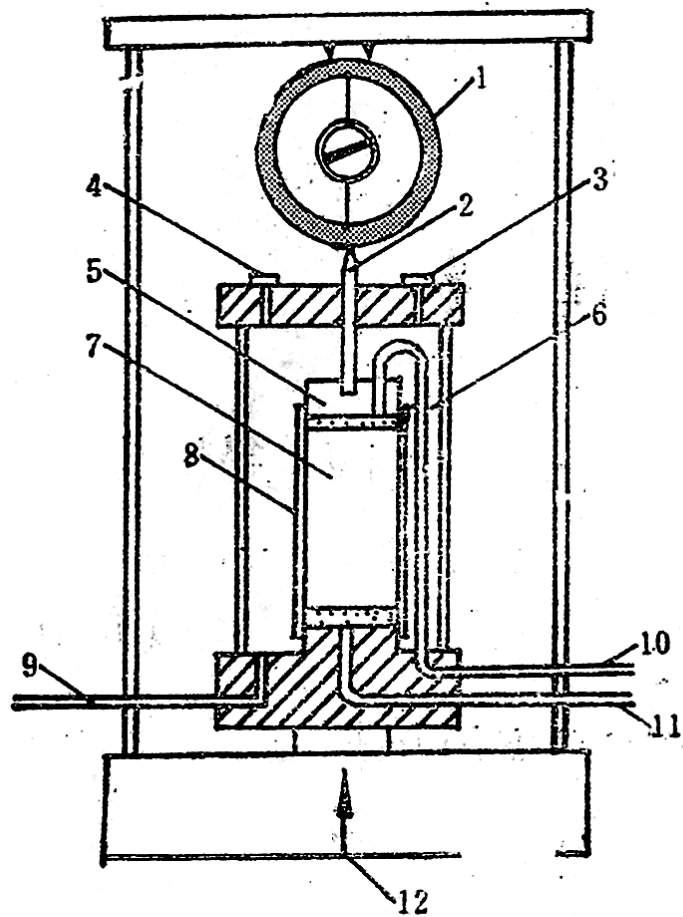
1、三轴压缩仪的试验原理：

对同一种土至少取 3 个平行试样，分别在不同周围压力 σ_3 下剪切破坏，将试验结果绘制为若干个**极限应力圆**。根据莫尔 - 库伦理论，这一组极限应力圆的公共切线即为土的**抗剪强度包线**，可近似取为一条直线，直线的方程即为**库伦公式**所表示的方程。



三轴压缩试验原理

2、三轴压缩仪的试验装置



三轴剪切仪

1—量力环；2—活塞；3—进水孔；4—
排水孔；5—试样帽；6—受压室；7—试
样；8—乳胶膜；9—接周围压力控制系

三轴压缩仪

的优点

能较严格地控制排水条件

剪切破坏面为最薄弱面

三轴压缩仪

的缺点

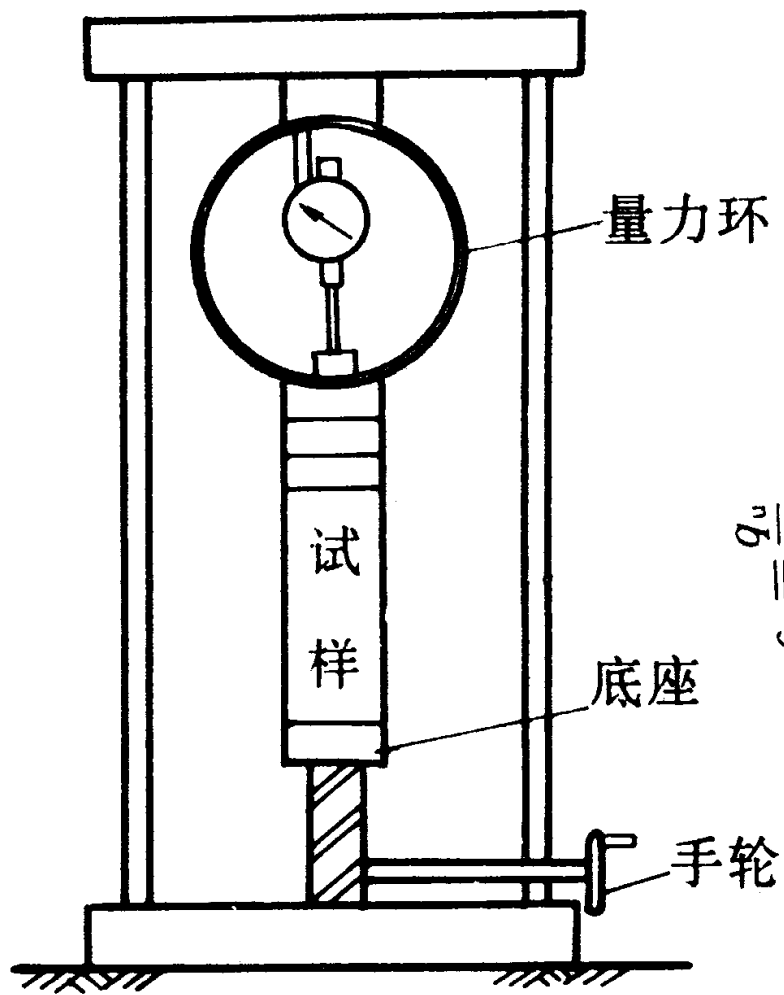
试验设备、试验过程相对复杂

试样的受力状态为轴对称情况，与实际土体的受力状态未必相符

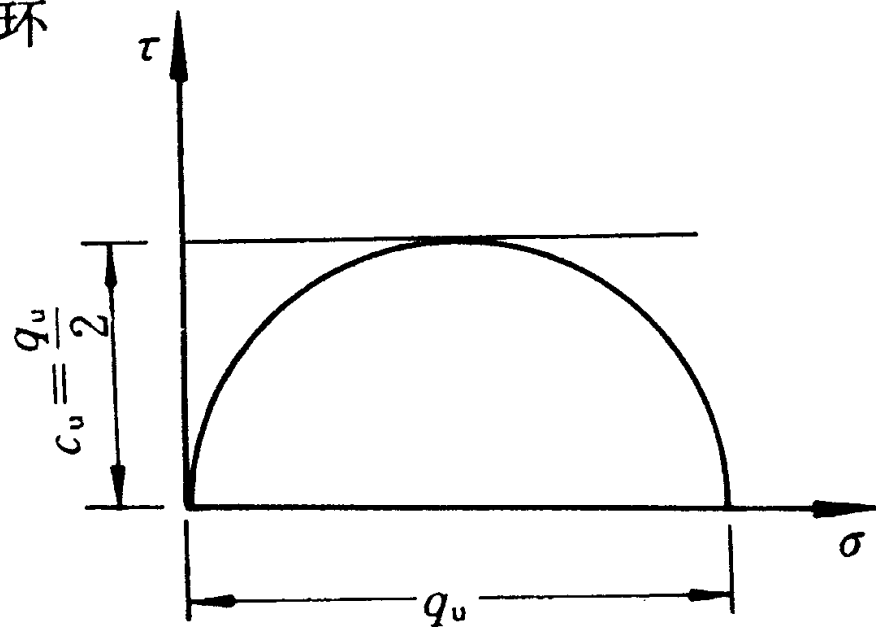
无侧限抗压强度试验

无侧限抗压强度试验与三轴仪中进行 $\sigma_3 = 0$ 的不排水剪切试验一样，试验时，将圆柱形试样放在无侧限抗压试验仪中，在不加任何侧向压力的情况下施加垂直压力，直到使试件剪切破坏为止，剪切破坏时试样所能承受的最大轴向压力 q_u 称为**无侧限抗压强度**。

灵敏度：原状土与重塑土无侧限抗压强度的比值。



(a)



(b)

- 根据试验结果，只能作一个极限应力圆 ($\sigma_1 = q_u$ 、 $\sigma_3 = 0$)，因此对于一般粘性土就难以作出破坏包线。而对于饱和粘性土，根据在三轴不固结不排水试验的结果，其破坏包线近于一条水平线，即 $\varphi_u = 0$ 。这样，如仅为了测定饱和粘性土的不排水抗剪强度。就可以利用构造比较简中的无侧限抗压试验仪代替三轴仪。此时，取 $\varphi_u = 0$ 。则由无侧阻抗比强度试验所得的极限应力圆的水平线就是破坏包线，得：
- c_u —— 土的不排水抗剪强度

$$\tau_f = c_u = \frac{q_u}{2}$$

- **本章小结**

- 主要讨论本章主要介绍了土的抗剪强度公式、土的极限平衡条件和抗剪强度指标的试验测定方法。

- 土的抗剪强度理论是研究与计算地基承载力和分析地基承载稳定性的基础。土的抗剪强度可以采用**库仑公式**表达，基于**摩尔 - 库仑强度理论**导出的土的极限平衡条件是判定土中一点平衡状态的基准。土的抗剪强度指标 c, φ 值一般通过试验确定，试验条件尤其是排水条件对强度指标将带来很大的影响，故在选择抗剪强度指标时应尽可能符合工程实际的受力条件和排水条件。

• 巩固与提高

问题：

1. 土的抗剪强度是不是一个定值？
2. 土中达到极限平衡状态是否地基已经破坏？
3. 直剪试验与三轴试验的实际使用情况如何？
4. 为什么直剪试验要分快剪，固结快剪及慢剪？
这三种试验结果有何差别？
5. 土体中发生剪切破坏的平面为什么不是剪应力值最大的平面？

• 作业